

Facultad de Ingeniería Económica y Ciencias Sociales

## ÍNDICES DE PRECIOS Y CANTIDADES LASPEYRES Y PAASCHE E INDICE DE VALOR DEL SECTOR AGROPECUARIO 1991-1999, ÍNDICE SIMPLE Y DE FISCHER

**1. LA PRODUCCIÓN (EN MILES DE SOLES) DE DIVERSOS PRODUCTOS AGRÍCOLAS EN EL PERÚ DURANTE LOS AÑOS 1991- 1999 SE MUESTRA A LA CONTINUACIÓN.**

### PRODUCCIÓN DE PRODUCTOS AGRÍCOLAS 1991-1999 (En toneladas métricas)

Años	Maíz Amiláceo	Trigo	Tomate	Cebolla	Limón	Mango
1991	225.9	127.0	87.3	131.6	224.3	67.9
1992	127.9	73.1	93.8	149.7	203.2	66.9
1993	186.3	108.1	125.6	150.8	192.1	84.9
1994	188.4	127.0	217.7	187.1	223.7	147.6
1995	227.0	125.0	170.7	184.7	250.7	125.2
1996	250.8	146.2	215.0	236.1	265.4	110.8
1997	221.6	123.7	225.9	287.7	325.7	129.7
1998	230.4	146.3	177.9	315.6	208.5	137.6
1999/a	179.2	137.6	68.4	181.0	148.4	110.5

Calcule los índices simples correspondientes, tomando como base:

a) 1991

Índice simple para el año 1999 del maíz amilánaceo con base en 1991

$$I_T^0 = \frac{X_{it}}{X_{i0}} \Rightarrow I_{1999}^{1991} = \frac{179.2}{225.9} \times 100 = 79.33$$

Tabla 1. De los índices simples de cada año con base 1991.

IS base(1991)	Maíz Amiláceo	Trigo	Tomate	Cebolla	Limón	Mango
1991/1991	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
1992/1991	56.62	57.56	107.45	113.75	90.59	98.53
1993/1991	82.47	85.12	143.87	114.59	85.64	125.04
1994/1991	83.40	100.00	249.37	142.17	99.73	217.38
1995/1991	100.49	98.43	195.53	140.35	111.77	184.39
1996/1991	111.02	115.12	246.28	179.41	118.32	163.18
1997/1991	98.10	97.40	258.76	218.62	145.21	191.02
1998/1991	101.99	115.20	203.78	239.82	92.96	202.65
1999/1991	79.33	108.35	78.35	137.54	66.16	162.74

b) Primer semestre de 1999.

Índice simple para el año 1991 del maíz amiláceo con base en 1999

$$I_T^0 = \frac{X_{it}}{X_{i0}} \Rightarrow I_{1991}^{1999} = \frac{225.9}{179.2} \times 100 = 126.06$$

Tabla 2. de los índices simples de cada año con base 1991.

IS base(1999)	Maíz Amiláceo	Trigo	Tomate	Cebolla	Limón	Mango
1991/1999	126.06	92.30	127.63	72.71	151.15	61.45
1992/1999	71.37	53.13	137.13	82.71	136.93	60.54
1993/1999	103.96	78.56	183.63	83.31	129.45	76.83
1994/1999	105.13	92.30	318.27	103.37	150.74	133.57
1995/1999	126.67	90.84	249.56	102.04	168.94	113.30
1996/1999	139.96	106.25	314.33	130.44	178.84	100.27
1997/1999	123.66	89.90	330.26	158.95	219.47	117.38
1998/1999	128.57	106.32	260.09	174.36	140.50	124.52
1999/1999	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00

2. Con las cifras del problema anterior; para cada uno de los productos agrícolas resuelva lo siguiente:

AÑOS	MAIZ AMILACEO	TRIGO	TOMATE	CEBOLLA	LIMON	MANGO
1991	225.90	127.00	87.30	131.60	224.30	67.90
1992	127.90	73.10	93.80	149.70	203.20	66.90
1993	186.30	108.10	125.60	150.80	192.10	84.90
1994	188.40	127.00	217.70	187.10	223.70	147.60
1995	227.00	125.00	170.70	184.70	250.70	125.20
1996	250.80	146.20	215.00	236.10	265.40	110.80
1997	221.60	123.70	225.90	287.70	325.70	129.70
1998	230.40	146.30	177.90	315.60	208.50	137.60
1999	179.20	137.60	68.40	181.00	148.40	110.50

a) Exprese cada cantidad como índice del año anterior.

SOL:

Aplicamos el INDICE AGREGATIVO SIMPLE ( $IAS_t^{t-1}$ ) 
$$IAS_t^{t-1} = \frac{\sum_{i=1}^n P_{it}}{\sum_{i=1}^n P_{it-1}} \times 100$$

Donde:  $i = \text{maiz, cebolla, ..., mango}$   
 $t = 1991; 1992, \dots; 1999$

Y suponemos año base 1991 entonces el IAS será 100.00

AÑOS(t)	$\sum_{i=1}^n P_{it}$	$IAS_t^{t-1}$
1991	864.00	100.00
1992	714.60	82.7083
1993	847.80	118.6398
1994	1091.50	128.7450
1995	1083.30	99.2487
1996	1224.30	113.0158
1997	1314.30	107.3511
1998	1216.30	92.5436
1999	825.10	67.8369

b) Eslabone los índices, multiplicando sucesivamente los valores obtenidos en el punto anterior ¿Qué observa?

$$R_t^{t-1} = \frac{IAS_t}{IAS_{t-1}} \quad \text{Donde } t=1992; 1993; \dots 1999$$

AÑOS	$\sum_{i=1}^n P_{it}$	$IAS_t$	$R_t^{t-1}$
1991	864.00	100.00	---
1992	714.60	82.7083	0.82708333
1993	847.80	118.6398	1.43443585
1994	1091.50	128.7450	1.08517537
1995	1083.30	99.2487	0.77089402
1996	1224.30	113.0158	1.13871254
1997	1314.30	107.3511	0.94987739
1998	1216.30	92.5436	0.86206406
1999	825.10	67.8369	0.73302651

Si multiplicamos sucesivamente:

$$R_t^0 = R_t^{t-1} * R_{t-1}^{t-2} * R_{t-2}^{t-3} \dots R_1^0 = IAS_{1991} / IAS_{1999} = 0.6784$$

### 3. PARA LOS SIGUIENTES PRODUCTOS AGROPECUARIOS:

#### PRECIO Y CANTIDADES DE LA PRODUCCIÓN DE ALGUNAS FRUTAS, 1996-1998 En nuevos soles y toneladas métricas

artículo	1996		1997		1998	
	P	Q	P	Q	P	Q
manzana	780	17290	720	16860	1000	12680
naranja	440	22350	500	21700	450	23380
vid	960	90500	890	11440	400	76100

Calcular el índice de cantidades para 1998, respecto a 1996, utilizando el método de índices eslabonados (calculados separadamente con la fórmula de laspeyres). Los precios y las cantidades producidas están en toneladas.

Qit*Pi0			
Q1996*P1996	Q1997*P1996	Q1998*P1996	
13486200	13150800	9890400	
9834000	9548000	10287200	
86880000	10982400	73056000	
<b>SUMA</b>	110200200	33681200	93233600

Índice de Laspeyres para el año 1996 con base 1996.

$${}_I I_{1996}^{1996} = \frac{17290 \times 780 + 22350 \times 440 + 90500 \times 960}{17290 \times 780 + 22350 \times 440 + 90500 \times 960} \times 100 = \frac{13486200 + 9834000 + 86880000}{13486200 + 9834000 + 86880000} \times 100$$

Índice de Laspeyres para el año 1997 con base 1996.

$${}_I I_{1997}^{1996} = \frac{16860 \times 780 + 21700 \times 440 + 11440 + 960}{17290 \times 780 + 22350 \times 440 + 90500 \times 960} \times 100 = \frac{13150800 + 9548000 + 10982400}{13486200 + 9834000 + 86880000} \times 100$$

Índice de Laspeyres para el año 1998 con base 1996.

$${}_I I_{1998}^{1996} = \frac{12680 \times 780 + 23380 \times 440 + 76100 \times 960}{17290 \times 780 + 22350 \times 440 + 90500 \times 960} \times 100 = \frac{9890400 + 10287200 + 73056000}{13486200 + 9834000 + 86880000} \times 100$$

$$\begin{aligned}
 &{}_I I_{1996}^{1996} = 100.00 \\
 \Rightarrow &{}_I I_{1997}^{1996} = 30.56 \\
 &{}_I I_{1998}^{1996} = 84.60
 \end{aligned}$$

nota: para que se cumpla el método eslabonado en el índice de Laspeyres se debe cumplir que las cantidades deben ser las misma dado que no se cumple no se puede realizar por ese método.

No se cumple: 
$${}_I I_{T}^0 \times {}_I I_{0}^T = \frac{\sum Q_T P_0}{\sum Q_0 P_0} \times \frac{\sum Q_0 P_T}{\sum Q_T P_T} = 1$$

**4. LOS ÍNDICES DE CANTIDAD DE LOS PRINCIPALES PRODUCTOS TRADICIONALES DE EXPORTACIÓN PARA EL PERÚ (CON BASE 1979=100) SON DE 122,2 SI SE USA LA FÓRMULA DE PAASCHE Y DE 114,37 SI SE EMPLEA LA DE LASPEYRES. EN BASE A ESTOS DATOS, CALCULE EL ÍNDICE DE FISHER, Y EL ÍNDICE DE SIDWICK DROBISH.**

Donde:

$${}_P I_{T}^{1979} = 122,2 \quad \text{Y} \quad {}_L I_{T}^{1979} = 114,37$$

Por lo tanto de las formulas de Fisher y Sidwick Drobish para el índice de cantidades obtenemos:

$${}_F I_Q^{1979} = \sqrt{{}_P I_Q^{1979} \times {}_L I_Q^{1979}} = \sqrt{122,2 \times 114,37} = 118,22$$

$${}_S I_Q^{1979} = \frac{{}_P I_Q^{1979} + {}_L I_Q^{1979}}{2} = \frac{122,2 + 114,37}{2} = 118,285$$

**5. UN ÍNDICE DE FISHER PARA 1998 SEÑALA UN AUMENTO DE 120% RESPECTO DEL AÑO BASE. SI EN 1998 EL ÍNDICE DE LASPEYRES ES INFERIOR EN 30% AL DE PAASCHE, CALCULE AMBOS ÍNDICES.**

Donde:

$${}_F I_T^0 \rightarrow \Delta 120\% \quad Y \quad {}_L I_T^0 \rightarrow \nabla 30\% \rightarrow {}_P I_T^0$$

Por lo tanto el índice de Fisher es 220 y el índice de Laspeyres es el 70% de Paasche.

$$\Rightarrow {}_L I_T^0 = 70\% {}_P I_T^0$$

$${}_F I_T^0 = \sqrt{{}_L I_T^0 \times {}_P I_T^0} = \sqrt{0.7 {}_P I_T^0 \times {}_P I_T^0} = \sqrt{0.7} {}_P I_T^0 \quad \text{Con} \quad {}_F I_T^0 = 220$$

$$\Rightarrow \begin{aligned} {}_P I_T^0 &= 262.95 \\ {}_L I_T^0 &= 184.07 \end{aligned}$$

**6. CON BASE EN 1995, EL ÍNDICE DE PRECIOS DE 1996 FUE 110; CON BASE 1996, EL IP DE 1997 FUE 112; CON BASE EN 1997 EL IP PARA 1998 FUE 117. MEDIANTE UN PROCESO DE ENCADENAMIENTO, CALCULE EL ÍNDICE PARA 1998 RELATIVO A 1995.**

$$IP_{1996}^{1995} = 110$$

$$\text{Donde: } IP_{1997}^{1996} = 112$$

$$IP_{1998}^{1997} = 117$$

Dado la relación de los índices aplicamos el método de encadenamiento para obtener el índice de precios de 1998 con base en 1995.

$$\Rightarrow IP_{1998}^{1995} = IP_{1996}^{1995} \times IP_{1997}^{1996} \times IP_{1998}^{1997} = 1.10 \times 1.12 \times 1.17 = 144.14$$

**8. LA PRODUCCIÓN (EN MILES DE TONELADAS) DE DIVERSOS PRODUCTOS DERIVADOS DEL PETRÓLEO EN NUESTRO PAÍS DURANTE LOS AÑOS 1996-1999 SE MUESTRA A CONTINUACIÓN.**

PRODUCCIÓN NACIONAL DE GAS LICUAFACTADO Y GASOLINA, 1996-2000					
(Miles de toneladas Métricas)					
año y mes	gas licue- factado	GASOLINA			
		84 oct.	90 oct.	95 oct.	97 oct.
1996	2638	6325	1297	588	877
1997	3414	6402	2199	611	946
1998	4039	5979	2559	590	990
1999	4753	5815	2828	680	808
2000					
Ene	368	435	221	54	61
Feb	367	425	236	51	67
Mar	400	415	234	56	65
Abr	372	423	222	53	58
May	339	432	242	51	53
Jun	416	417	228	51	56

Calcule:

- a) Los índices simples correspondientes, tomando como base: el año 1996.

Primero hallamos las cantidades para el semestre del año 2000. Esto lo hacemos sumando las cantidades obtenidas en los respectivos meses de enero hasta junio.

año y mes	gas licue- factado	GASOLINA			
		84 oct.	90 oct.	95 oct.	97 oct.
2000	2262	2547	1383	316	360

Después aplicamos la formula del índice simple para el año 2000 con base 1996

$$I_T^0 = \frac{X_{it}}{X_{i0}} \Rightarrow I_{2000}^{1996} = \frac{2262}{2638} \times 100 = 85.75$$

Tabla 3. De los índices simples de cada año con base 1996.

IS base (1996)	gas licue- factado	GASOLINA			
		84 oct.	90 oct.	95 oct.	97 oct.
1996/1996	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
1997/1996	129.42	101.22	169.55	103.91	107.87
1998/1996	153.11	94.53	197.30	100.34	112.88
1999/1996	180.17	91.94	218.04	115.65	92.13
2000/1996	85.75	40.27	106.63	53.74	41.05

b) Calcular los índices simples para el primer semestre del 2000.

Para este índice aplicamos el mismo procedimiento pero con distinta base (2000). Entonces hallamos el índice del año 1996 en base 2000

$$I_T^0 = \frac{X_{it}}{X_{i0}} \Rightarrow I_{1996}^{2000} = \frac{2638}{2262} \times 100 = 116.62$$

Tabla 4. De los índices simples de cada año con base 2000.

IS base (2000)	gas licue- factado	GASOLINA			
		84 oct.	90 oct.	95 oct.	97 oct.
1996/2000	116.62	248.33	93.78	186.08	243.61
1997/2000	150.93	251.35	159.00	193.35	262.78
1998/2000	178.56	234.75	185.03	186.71	275.00
1999/2000	210.12	228.31	204.48	215.19	224.44
2000/2000	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00

c) Calcular el índice agregativo simple para el primer semestre del año 2000.

Para esto aplicamos la formula de el índice agregativo simple para el año 2000 con base 1996.

$$I_t^0 = \frac{\sum_{i=1}^n X_{it}}{\sum_{i=1}^n X_{i0}} \times 100 \Rightarrow I_{2000}^{1996} = \frac{2262 + 2547 + 1383 + 316 + 360}{2638 + 6325 + 1297 + 588 + 877} \times 100 = \frac{6868}{11725} = 58.58$$

Tabla 5. De los índices agregativos simples para cada año con base 1996.

IR (base)	ΣXot	ind. Agretivo simple
1996/1996	11725	100.00
1997/1996	13572	115.75
1998/1996	14157	120.74
1999/1996	14884	126.94
2000/1996	6868	58.58

d) Calcular el índice del promedio simple de precios relativos.

Para esto aplicamos la formula del índice promedio simple de precios relativos para el año 2000 con base 1996. (Utilizando la tabla 3)

IS base (1996)	gas licue- factado	GASOLINA			
		84 oct.	90 oct.	95 oct.	97 oct.
2000/1996	0.86	0.40	1.07	0.54	0.41

$$IPR_t^0 = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{X_{it}}{X_{i0}}}{n} \times 100 \Rightarrow IPR_{2000}^{1996} = \frac{0.86 + 0.40 + 1.07 + 0.54 + 0.41}{5} \times 100 = 65.49$$

Tabla 6. De los índices del promedio simple de precios relativos para cada año con base 1996.

Indice base(1996)	gas licue- factado	GASOLINA				IPR
		84 oct.	90 oct.	95 oct.	97 oct.	
1996/1996	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	100.00
1997/1996	1.29	1.01	1.70	1.04	1.08	122.39
1998/1996	1.53	0.95	1.97	1.00	1.13	131.63
1999/1996	1.80	0.92	2.18	1.16	0.92	139.59
2000/1996	0.86	0.40	1.07	0.54	0.41	65.49

Tabla 6. De los índices del promedio simple de precios relativos para cada año con base 2000.

Indice base(1996)	gas licue- factado	GASOLINA				IPR
		84 oct.	90 oct.	95 oct.	97 oct.	
1996/2000	1.17	2.48	0.94	1.86	2.44	177.68
1997/2000	1.51	2.51	1.59	1.93	2.63	203.48
1998/2000	1.79	2.35	1.85	1.87	2.75	212.01
1999/2000	2.10	2.28	2.04	2.15	2.24	216.51
2000/2000	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	100.00

**9. Para los siguientes datos, multiplique los índices de precios de Laspeyres por los correspondientes de cantidades de Paasche y viceversa. Efectué lo mismo para los índices de Fisher. Comente los resultados.**

**PERU: PRECIOS PAGADOS EN CHACRA Y PRODUCCION DE LOS PRINCIPALES PRODUCTOS AGROPECUARIOS (en toneladas métricas y soles/Tm)**

PRODUCTOS	PRECIOS PAGADOS		PRODUCCION	
	1994	1998	1994	1998
ALGODÓN	1600.00	2290.00	167656	95262
ARROZ	806.28	360.00	1401393	1548778
CAFÉ	3200.00	4282.16	91340	119905
CAÑA DE AZUCAR	70.00	90.00	5429511	5705340
ESPARRAGO	1190.00	2090.00	131387	137943
MAIZ AMARILLO	410.00	507.15	536649	702479
PAPA	400.00	599.00	1767247	2589338
PLATANO	290.00	290.00	845403	1321890

Sabemos que:



$$\text{INDICE LASPEYRES: } {}_L IP_t^0 = \frac{\sum_{i=1}^n P_{it} Q_{i0}}{\sum_{i=1}^n P_{i0} Q_{i0}} * 100$$

$${}_L IQ_t^0 = \frac{\sum_{i=1}^n Q_{it} P_{i0}}{\sum_{i=1}^n Q_{i0} P_{i0}} * 100$$

$$\text{INDICE PAASCHE: } {}_p IP_t^0 = \frac{\sum_{i=1}^n P_{it} Q_{it}}{\sum_{i=1}^n P_{i0} Q_{it}} * 100$$

$${}_p IQ_t^0 = \frac{\sum_{i=1}^n Q_{it} P_{it}}{\sum_{i=1}^n Q_{i0} P_{it}} * 100$$

**TOMANDO COMO BASE 1994:**

PRODUCTOS	$P_{it} Q_{i0}$	$P_{i0} Q_{i0}$	$Q_{it} P_{i0}$	$P_{it} Q_{it}$	$P_{i0} Q_{it}$	$Q_{i0} P_{it}$
<b>ALGODÓN</b>	383932240	268249600	152419200	218149980	152419200	383932240
<b>ARROZ</b>	504501480	1129915148	1248748726	557560080	1248748726	504501480
<b>CAFÉ</b>	391132494	292288000	383696000	513452395	383696000	391132494
<b>CAÑA DE AZUCAR</b>	488655990	380065770	399373800	513480600	399373800	488655990
<b>ESPARRAGO</b>	274598830	156350530	164152170	288300870	164152170	274598830
<b>MAIZ AMARILLO</b>	272161540	220026090	288016390	356262225	288016390	272161540
<b>PAPA</b>	1058580953	706898800	1035735200	1551013462	1035735200	1058580953
<b>PLATANO</b>	245166870	245166870	383348100	383348100	383348100	245166870

$${}_L IP_t^0 = \frac{3618730398}{3398960808} = 106.4657877$$

$${}_p IP_t^0 = \frac{4381567712}{4055489586} = 108.040413$$

$${}_L IQ_t^0 = \frac{4055489586}{3398960808} = 119.315574$$

$${}_p IQ_t^0 = \frac{4381567712}{3618730398} = 121.080247$$

ENTONCES:

$${}_L IP_t^0 * {}_p IQ_t^0 = 12890.9039$$

$${}_L IQ_t^0 * {}_p IP_t^0 = 12890.9039$$

A partir de estos resultados podemos ver dados los resultados de los productos obtenidos son iguales se cumple la propiedad de INDICE DE VALOR.

CALCULANDOS LOS INDICES DE FISCHER:

$${}_F IP_t^0 = \sqrt{{}_L IP_t^0 * {}_p IP_t^0} = 107.250211$$

$${}_F IQ_t^0 = \sqrt{{}_L IQ_t^0 * {}_p IQ_t^0} = 120.194672$$