

# 5 CAPÍTULO

## ELABORACIÓN DE UN ÍNDICE COMPUESTO

Los Índices Compuestos, expresan de manera resumida la variación promedio de un conjunto de variables respecto de un período base.

Consideremos un Agregado Complejo "X", constituido por las variables X1, X2, X3, ..., Xn (pueden ser precio, cantidad o valor).

El índice elemental de cada constitutivo Xi se define por:

$$I_t^o = \frac{X_{it}}{X_{io}} \times 100$$

El problema se origina al sintetizar, los índices elementales de las variables en estudio en un índice único que tenga, si es posible, las propiedades de los índices elementales. La construcción de un índice sintético posee una significación concreta satisfactoria, y su interpretación está asociada al concepto de un estadígrafo de tendencia central.

En los índices compuestos, cada índice elemental tiene una **ponderación** ( $W_i$ ) que refleja la importancia relativa de cada elemento respecto del total; donde la suma de las ponderaciones correspondiente a todos los ítems considerados es igual a la unidad. Esto no representa restricción alguna, ya que dado un conjunto de valores basta dividir cada una de ellos entre su suma para obtener un sistema de ponderaciones cuya suma es igual a la unidad.

Se tiene pues:  $0 \leq W_i$

Donde:  $i = 1, 2, \dots, n$  variables o elementos

Por ejemplo, considerando los valores del periodo corriente  $W_i$  se obtiene

dividiendo cada valor ( $P_{it}Q_{it}$ ) entre la suma de sus valores:  $\sum_{i=1}^n P_{it}Q_{it}$

A continuación se presentan las fórmulas para el cálculo de los diferentes índices considerando por fines explicativos, sólo del tipo de la Media Aritmética Ponderada.

### 5.1 ÍNDICE DE CANTIDADES

Es el promedio ponderado de los índices elementales de cantidad en la cual el factor de ponderación está determinado por una proporción de valores respecto del total, variando la forma según los autores:

$$IQ_t^o = \sum \frac{Q_{it}}{Q_{io}} W_i \times 100 = \sum IQ_{it}^o W_i$$

Donde:

$IQ_{it}^o = \frac{Q_{it}}{Q_{io}} \times 100$  : Índice elemental de cantidad del artículo "i"

$W_i = \frac{Q_{io} \times Z_i}{\sum Q_{io} \times Z_i}$  : Factor de ponderación que expresa la proporción del valor de un elemento componente respecto del total.

Si se reemplaza el equivalente de  $W_i$  en la fórmula:

$$IQ_t^o = \sum \left( \frac{Q_{it}}{Q_{io}} \right) \left( \frac{Q_{io} Z_i}{\sum Q_{io} Z_i} \right) \times 100$$

Simplificando términos se llega a la expresión:

$$IQ_t^o = \frac{\sum Q_{it} Z_i}{\sum Q_{io} Z_i} \times 100$$

Donde:

$Z_i$  : Variable de ponderación, que en el caso del cálculo de los índices de cantidad están fijadas por los precios; la forma varía según los distintos autores. Ejemplo:

. Laspeyres	.... $P_{io}$
. Paasche	.... $P_{it}$
. Marshall-Edgeworth	.... $\frac{(P_{io} + P_{it})}{2}$
. Walsh	.... $\sqrt{P_{io} \times P_{it}}$
. Keynes	... $\text{Min}(P_{io}, P_{it})$

### 5.2 ÍNDICE DE PRECIOS

Es el promedio de los índices elementales de precio, en la cual el factor de ponderación, está determinado por una proporción de valores respecto del total, variando la forma según los autores.

$$IP_t^o = \sum_{i=1}^n \frac{P_{it}}{P_{io}} W_i \times 100 = \sum_{i=1}^n IP_{it}^o W_i$$

Donde:

$$IP_{it}^o = \frac{P_{it}}{P_{io}} \times 100 \quad : \quad \text{Índice elemental de precios, del artículo "i"}$$

$$W_i = \frac{P_{io} \times Z_i}{\sum P_{io} \times Z_i} \quad : \quad \text{Factor de ponderación de los relativos de precio de cada uno de los componentes que expresa su participación relativa respecto al total en términos de valor.}$$

Si se reemplaza el equivalente de  $W_i$  en la fórmula escrita:

$$IP_t^o = \sum \left( \frac{P_{it}}{P_{io}} \right) \left( \frac{P_{io} Z_i}{\sum P_{io} Z_i} \right) \times 100$$

Simplificando términos llegamos a la expresión:

$$IP_t^o = \frac{\sum P_{it} Z_i}{\sum P_{io} Z_i} \times 100$$

Donde:

$Z_i$  : Variable de ponderación, que en el caso del cálculo de los índices de precios, están fijadas por cantidades, la forma varía según los distintos autores. Ejemplo:

. Laspeyres	.... $Q_{io}$
. Paasche	.... $Q_{it}$
. Marshall-Edgeworth	.... $\frac{Q_{io} + Q_{it}}{2}$
. Walsh	.... $\sqrt{Q_{io} \times Q_{it}}$
. Keynes	.... $\text{Min}(Q_{io}, Q_{it})$

### 5.3 ÍNDICE DE VALOR

Es el promedio ponderado de los índices simples de valor de un conjunto de bienes y servicios, en el cual el factor de ponderación, está determinado por la proporción de valores en el período base.

$$IV_t^o = \sum_{i=1}^n \frac{V_{it}}{V_{io}} W_{io} \times 100 = \sum_{i=1}^n IV_{it}^o W_{io} \times 100$$

Donde:

$$IV_{it}^o = \frac{V_{it}}{V_{io}} \times 100 \quad : \quad \text{Índice elemental de valor del artículo "i"}$$

$$W_{io} = \frac{V_{it}}{\sum V_{io}} \quad : \quad \text{Factor de ponderación de cada elemento componente, representado por la proporción en términos de valor de cada componente, respecto del total en el período base.}$$

Reemplazando en la fórmula:

$$IV_t^o = \sum \left[ \left( \frac{V_{it}}{V_{io}} \right) \times \left( \frac{V_{io}}{\sum V_{io}} \right) \right] \times 100$$

Simplificando términos:

$$IV_t^o = \frac{\sum V_{it}}{\sum V_{io}} \times 100$$

En los últimos años ha surgido la idea de los Índices con la Media Geométrica y el Índice de Tournqvist-Theil, como alternativas adicionales.

En general, respecto a los índices expuestos es necesario comentar lo siguiente:

**Los índices de Laspeyres y Paasche** son los más utilizados. Ambos pueden definirse como medias ponderadas de precios o cantidades relativas, siendo las ponderaciones los valores de los distintos bienes o servicios en uno u otro de los dos períodos que se comparan.

El índice de precios de Laspeyres ( ${}_L IP$ ) se define como la media aritmética ponderada de los precios relativos utilizando como ponderaciones los valores del período base “o”, realizándose la sumatoria para diferentes bienes y servicios.

El índice de cantidades de Laspeyres ( ${}_L IQ$ ) es una media ponderada análoga de las cantidades relativas.

La Media Geométrica produce resultados menores o iguales que la Media Aritmética. La Media Geométrica se utiliza cuando los datos referidos a una misma variable están expresados en proporciones. En el cálculo de índices se puede utilizar para evaluar el comportamiento de variedades cuando es heterogénea. Es decir, cuando está integrada por artículos que difieren entre sí, pero no cuando el artículo se muestre como una variedad homogénea.

La interpretación de una media geométrica como precios promedios no es comúnmente usada en el cálculo del Índice de Precios al Consumidor, ni para el cálculo de los precios promedios utilizados en los diferentes Sistemas de Cuentas Nacionales de los países del mundo.

En las variedades homogéneas se calculan los precios promedios a partir de Medias Aritméticas.

## ■ ÍNDICE DE FISHER (F)

Se define con la media geométrica de los índices de Laspeyres y Paasche.

### • ÍNDICE DE PRECIOS

$${}_F IP_t^o = \sqrt{{}_L IP_t^o \times {}_P IP_t^o}$$

### • ÍNDICE DE CANTIDAD

$${}_F IQ_t^o = \sqrt{{}_L IQ_t^o \times {}_P IQ_t^o}$$

Fisher calificó de "ideal" este índice porque satisface varias pruebas que consideraba importantes, como las de "inversión del tiempo" e "inversión de los factores".

El índice de Fisher presenta varias características atractivas, no obstante hay que advertir que también tiene algunas desventajas, unas prácticas y otras teóricas<sup>1/</sup>:

- El índice de Fisher es exigente en sus necesidades de datos, ya que han de calcularse los índices de Laspeyres y Paasche, con lo que no sólo aumentan los costos, sino que se producen retrasos en los cálculos y publicación.
- El índice de Fisher no es tan fácil de comprender como el de Laspeyres o el Paasche, que pueden interpretarse simplemente como medidas del cambio del valor de una canasta especificada de bienes y servicios.

<sup>1/</sup> Naciones Unidas, Nuevo Sistema de Cuentas Nacionales Medidas de Precios y Volumen.

- La función particular de preferencia para la que el índice de Fisher proporciona una medida exacta del índice teórico correspondiente es sólo un caso especial.
- El índice de Fisher no es aditivamente congruente. Es decir, no puede utilizarse para crear un conjunto aditivo de datos a "precios constantes".

### ❏ ÍNDICE DE TORNQVIST (T), O TRANSLOGARÍTMICO

Es al igual que el índice de Fisher, un índice simétrico, donde, para el caso de los índices de precios, es una media geométrica ponderada de las cantidades relativas, utilizando como ponderaciones las medias aritméticas de las proporciones de valor en los dos períodos, atribuyéndoles igual importancia.

#### • ÍNDICE DE PRECIOS

$${}^T IP_t^o = \prod_l^n \left( \frac{P_{it}}{P_{io}} \right)^{\frac{\alpha_{io} + \alpha_{it}}{2}} \times 100$$

#### • ÍNDICE DE CANTIDADES

$${}^T IQ_t^o = \prod_l^n \left( \frac{Q_{it}}{Q_{io}} \right)^{\frac{\alpha_{io} + \alpha_{it}}{2}} \times 100$$

Es de esperar que su valor se aproxime a la media de los índices de Laspeyres y Paasche, como el de Fisher, especialmente cuando no es grande la dispersión entre ellos del número índice. La diferencia entre los valores numéricos de los índices de Tornqvist y Fisher será menor en comparación con la diferencia entre ellos y los de Laspeyres y Paasche.